

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РУХУ ПЛАТФОРМИ РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА З
БАГАТОКООРДИНАТНИМ ЕЛЕКТРОМЕХАНІЧНИМ ПРИВОДОМ**

С.А. Шворов, доктор технічних наук

В.М. Штепа, В.М. Ярмолюк, кандидат технічних наук

Д.В. Чирченко, аспірант*

Розроблена математична модель руху платформи робота-маніпулятора з електромеханічним приводом на основі лінійних та дугових електричних двигунів у багатокординатному режимі руху під час перехідних процесів.

Ключові слова: робот-маніпулятор, лінійні та дугові електродвигуни, перехідні процеси.

Найважливішим завданням при створенні універсальних роботів-маніпуляторів (УРМ) є дослідження та обґрунтування можливостей побудови дешевих приводів, які б мали ширший діапазон використання за рахунок рухливості платформи, кращі експлуатаційні та економічні характеристики. Актуальність цього питання спричинена тим, що існуючі вітчизняні автоматизовані маніпулятори морально і фізично застаріли, їхні функціональні можливості не відповідають технічним можливостям сучасної техніки, а висока вартість виготовлення приводів рухливих роботів-маніпуляторів з великою кількістю ступенів свободи робить недоцільним їх використання.

Мета досліджень - розробити математичну модель руху платформи робота-маніпулятора для обґрунтування можливостей створення перспективних приводів УРМ.

Результати досліджень. Дослідження, проведені в [1] показують, що найбільш перспективними є приводи на основі лінійних і дугових електричних

* Науковий керівник – доктор технічних наук С.А. Шворов

двигунів (ЛДЕД) через їх кращі динамічні характеристики. Тому нами досліджено роботу ЛДЕД в однокоординатному режимі руху, а приводу робота-маніпулятора – в багатокоординатному.

Характерною особливістю серводвигунів у приводах рухомих УРМ є те, що при їх роботі практично відсутні режими усталеного руху. Тому його дослідження проводили під час перехідних процесів. Для цього одержали динамічну модель, яка дозволила вивчити роботу серводвигунів під час

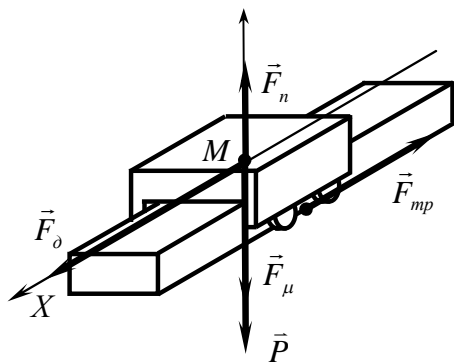


Рис. 1. Схема роботи лінійного електродвигуна

розгону, гальмування, зміни напрямку руху, визначити умови зміни характеру перехідних процесів (аперіодичний і загасаючий коливальний), оцінити вплив сил тертя, однобічного магнітного тяжіння на роботу серводвигунів.

Як динамічну модель використали систему з двох рівнянь. Перше рівняння руху серводвигунів уздовж шляхової структури (по одній координаті), друге – динамічна характеристика електричного двигуна постійного струму:

$$\left. \begin{aligned} F_d - m\dot{V} - F_c &= 0; \\ \tau \cdot \dot{F}_d + F_d - \frac{k\Phi}{R} \cdot U_H + \frac{k^2\Phi^2}{R} \cdot V &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де F_d - тягове зусилля лінійного електродвигуна; m - маса рухомого елемента лінійного електродвигуна; F_c - сили опору; τ - власна (електромагнітна) постійна часу; U_H - підведена зовнішня напруга; k - коефіцієнт пропорційності; Φ - магнітний потік; R - опір обмотки якоря.

Дослідження динаміки машини полягало у визначенні і аналізі часткових рішень отриманих диференціальних рівнянь руху, що відповідають деяким характерним режимам роботи.

Так, одержані залежності $V(t)$ при розбігу, гальмуванні і зміні напрямку для випадків аперіодичного і загасаючого коливального процесів (рис. 2-4).

Дослідження показали: час розбігу і час зміни напрямку руху не залежать від середньої швидкості сталого руху; час гальмування залежить від характеру перехідного процесу – час гальмування менше тоді, коли корені характеристичного рівняння нерівні дійсні.

Умовою стійкості аперіодичного процесу є нерівність

$$\frac{1}{4\tau^2} - \frac{k^2\Phi^2}{R\tau M} > 0 \quad (2)$$

Під час моделювання було оцінено вплив сил однобічного магнітного тяжіння F_μ і сил тертя F_{TP} в кінематичних парах на рух рухливого модуля, що у першому рівнянні системи (1) показані як F_C . Отже, в усталеному русі за постійного тягового зусилля ($F_D = const$)

[Type text]

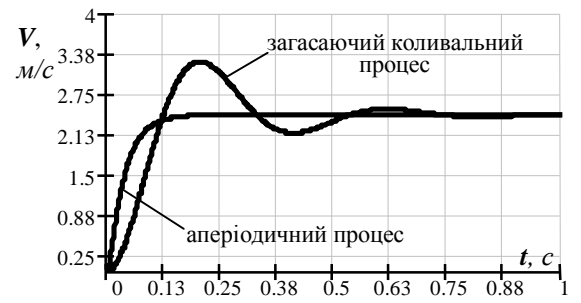


Рис.2. Залежності $V(t)$ під час розбігу

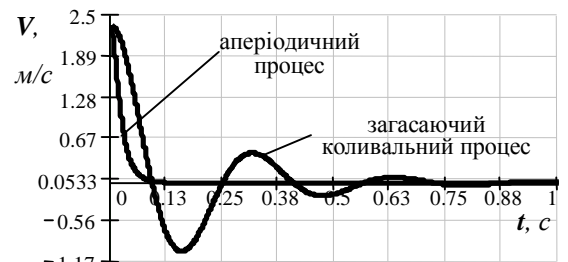


Рис.3. Залежності $V(t)$ під час гальмування

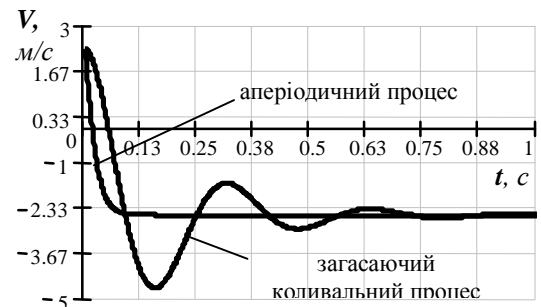


Рис.4. Залежності $V(t)$ при зміні напрямку руху

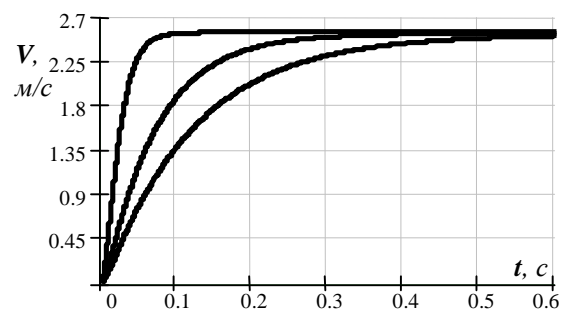


Рис.5. Вплив μ та F_{TP} на розбіг при аперіодичному процесі.

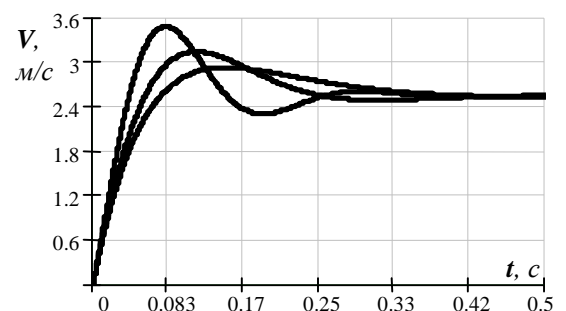


Рис.6. Вплив μ та F_{TP} на розбіг при загасаючому коливальному процесі.

вони будуть впливати тільки на середню швидкість руху модуля.

Встановлено, що істотний вплив на характер руху вихідної ланки двигуна має зміна навантаження. У цьому випадку умова стійкості аперіодичного процесу з урахуванням впливу корисного навантаження має вигляд:

$$M > \frac{4\tau k^2 \Phi^2}{R} \quad (3)$$

У загальному випадку збільшення навантаження призводить до підвищення сил опору, а збільшення корисної маси, переміщуваної модулем, крім того, і до зростання сили інерції.

На рис. 5 та 6 графіками показані залежності $V(t)$ при розбігу для випадків аперіодичного і коливального процесу. Як видно з графіків (див. рис. 5), у випадку аперіодичного процесу збільшення маси M приводить до збільшення часу розбігу, який при загасаючому коливальному процесі залишається тим самим (див. рис. 6).

Як приклад була досліджена робота розрахункового лінійного електродвигуна постійного струму і одержані його основні динамічні характеристики: електромеханічна постійна часу, час початку руху, час розбігу до швидкості сталого руху, час гальмування, час зміни напрямку руху.

Таким чином, основними результатами досліджень роботи лінійного

електродвигуна постійного струму в однокоординатному режимі роботи стали: математична модель його роботи під час перехідних процесів; аналітичні залежності швидкості руху рухливого модуля двигуна під час різного роду перехідних процесів; визначення впливу сил опору і корисного навантаження на характер роботи двигуна; а також умов зміни характеру перехідних процесів.

На наступному етапі здійснили динамічне

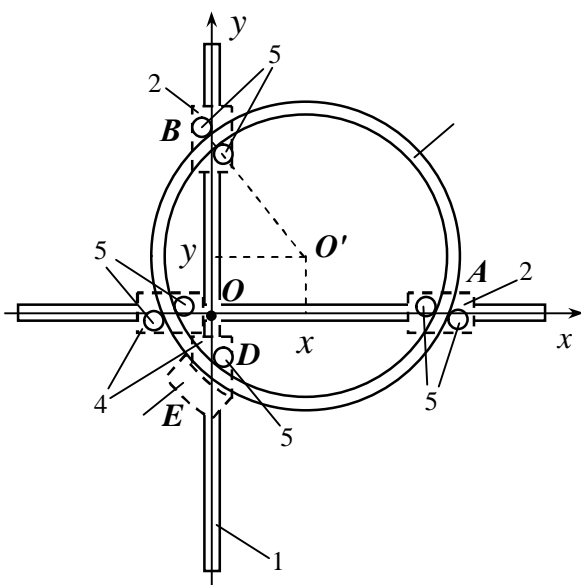


Рис. 7. Загальна схема приводу

[Type text]

моделювання роботи приводу (див. рис. 7). Він містить феромагнітну хрестоподібну шляхову структуру 1, два промені якої, розташовані перпендикулярно один до одного, несуть на собі по одному рухомому модулю – лінійному двигуну 2. Інші два промені несуть на собі напрямні опори 4 (в іншому варіанті замість них можуть бути встановлені ще два лінійних електродвигуна). На корпусі кожного лінійного двигуна та на кожній напрямній опорі встановлено опори качання 5, площадка-основа яких вільно обертається на підшипнику качання. В опорах качання 5 встановлено, з можливістю вільно рухатись, феромагнітне кільце 3 з трикутною площадкою-основною підйомних механізмів. На корпусі одного з рухомих модулів 2 або на одній з напрямних опор 3, встановлено індуктор 6 дугового електродвигуна.

Метою досліджень було ров'язання прямої та зворотної задач програмного керування. Постановка задач та методи вирішення широко представлені в роботах А.С. Галіуліна, А.М. Лєтова, И.А. Мухаметзянова, Р.Г. Мухарлямова, М.З. Коловського [2 - 4]. Ці методи використані нами для моделювання і розрахунку запропонованого приводу.

Для вирішення цих задач було розроблено математичну модель [5], яка описується рівняннями (4 - 9).

$$\begin{aligned}
 & \left[m_A + m_C + m_K + (m_D + m_E) \frac{x^2}{r^2 - x^2} + m_B \frac{x^2}{r^2 - y^2} \right] \ddot{x} - \left[(m_A - m_C) \frac{y}{\sqrt{r^2 - y^2}} - (m_D + m_E) \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \right. \\
 & \left. + m_B \frac{x}{\sqrt{r^2 - y^2}} \right] \ddot{y} + (m_D + m_E) \left[\frac{x \dot{x}^2}{r^2 - x^2} + \frac{x^3 \dot{x}^2}{(r^2 - x^2)^2} \right] + m_B \left[\frac{x \dot{x}^2}{r^2 - y^2} + \frac{\dot{x} x^2 (2y \dot{y} - x \dot{x})}{(r^2 - y^2)^2} + \frac{x \dot{y} (x \dot{x} - y \dot{y})}{\sqrt{(r^2 - y^2)^3}} \right] - \\
 & - (m_A - m_C) \left[\frac{\dot{y}^2}{\sqrt{r^2 - y^2}} + \frac{y^2 \dot{y}^2}{\sqrt{(r^2 - y^2)^3}} \right] + J_E \frac{x \dot{x}}{(r^2 - x^2)^2} = (F_{\partial A} - F_{A_n} - F_{C_n}) \frac{r^2 - y^2}{r^2} + (F_{\partial B} - F_{B_n} - F_{D_n}) \frac{x^2}{r^2} - \\
 & - (F_{B_k} + F_{D_k}) \frac{1}{r} - F_E \frac{r}{\sqrt{r^2 - x^2}};
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
& \left[m_B + m_D + m_E + m_K + (m_A + m_C) \frac{y^2}{r^2 - y^2} \right] \ddot{y} - \left[(m_A + m_C) \frac{y}{\sqrt{r^2 - y^2}} + (m_D + m_E) \frac{x}{\sqrt{r^2 - x^2}} - \right. \\
& \left. - m_B \frac{x}{\sqrt{r^2 - y^2}} \right] \ddot{x} + (m_A + m_C) \left[\frac{y \dot{y}^2}{r^2 - y^2} + \frac{y^3 \dot{y}^2}{(r^2 - y^2)^2} \right] + 2m_A \left[\frac{\dot{y} \dot{x}}{\sqrt{r^2 - y^2}} + \frac{y^2 \dot{y} \dot{x}}{\sqrt{(r^2 - y^2)^3}} \right] + (m_D + m_E) \times \\
& \times \left[\frac{\dot{x}^2}{\sqrt{r^2 - x^2}} + \frac{x^2 \dot{x}^2}{\sqrt{(r^2 - y^2)^3}} \right] - m_B \left[\frac{\dot{x}^2}{\sqrt{r^2 - y^2}} + \frac{x y \dot{x} \dot{y}}{\sqrt{(r^2 - y^2)^3}} \right] = (F_{\partial B} - F_{Bn} - F_{Dn}) \frac{r^2 - x^2}{r^2} + \\
& + (F_{\partial A} - F_{An} - F_{Cn}) \frac{y^2}{r^2} - (F_{Ak} + F_{Ck}) \frac{1}{r} + F_E \frac{r}{\sqrt{r^2 - y^2}};
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\frac{1}{2} m_K r^2 \ddot{\varphi} = F_{\partial E} r - (F_{Ak} + F_{Bk} + F_{Ck} + F_{Dk}) r; \tag{6}$$

$$\tau \cdot \dot{F}_{\partial A} + F_{\partial A} - \frac{k \Phi}{R} \cdot U_A + \frac{k^2 \Phi^2}{R} \cdot V_A = 0; \tag{7}$$

$$\tau \cdot \dot{F}_{\partial B} + F_{\partial B} - \frac{k \Phi}{R} \cdot U_B + \frac{k^2 \Phi^2}{R} \cdot V_B = 0; \tag{8}$$

$$\tau \dot{F}_{\partial E} + F_{\partial E} - \frac{k \Phi}{R} U_E + \frac{k^2 \Phi^2}{R} \cdot r \dot{\varphi} = 0. \tag{9}$$

де m_A, m_B, m_C, m_E, m_K - відповідно до маси рухомих модулів A, B , напрямних опор C, D , індуктора E і кільця; r - радіус кільця; x, y, φ - узагальнені координати; $F_{\partial A}, F_{\partial B}, F_{\partial E}$ - рушійні сили лінійних двигунів A, B і дугового двигуна E ; $F_{An}, F_{Bn}, F_{Cn}, F_{Dn}$ - сили тертя, спричинені рухом рухомих модулів лінійних двигунів A, B і напрямних опор C, D ; $F_{Ak}, F_{Bk}, F_{Ck}, F_{Dk}$ - сили тертя, які спричинені рухом кільця по опорах качання.

Тут (4-6) – рівняння руху трьохкоординатного приводу, а (7-9) – динамічні характеристики лінійних електродвигунів A і B та дугового електродвигуна C .

Пряма задача сформульована так: нехай задані закони зміни керуючих напруг $U_A(t)$, $U_B(t)$, $U_C(t)$ на електродвигунах і початкові умови, визначили закон руху кільця (платформи тренажера). Розв'язання цієї задачі зводиться до інтегрування системи рівнянь (4-9).

Як приклад розв'язано часткову задачу при якій на вхід одного з двигунів (в цьому випадку двигуна A) подана постійна напруга ($U_A = const$), а якірні обмотки двигунів B і E вимкнуті. Початкові умови – $x(t) = 0$, $\dot{x}(t) = 0$, $y(t) = 0$, $\dot{y}(t) = 0$, $\varphi(t) = 0$, $\dot{\varphi}(t) = 0$. Розв'язанням задачі є залежності $x(t)$, $V_x(t)$, $y(t)$, $V_y(t)$, $\varphi(t)$ і $\omega(t)$, які показані на рис. 8 і 9.

Як видно з графіків (див. рис. 8), відбувається рух кільця вздовж осі X , в той час як рух вздовж осі Y та кутове переміщення дорівнюють нулю. При цьому тягові зусилля

[Type text]

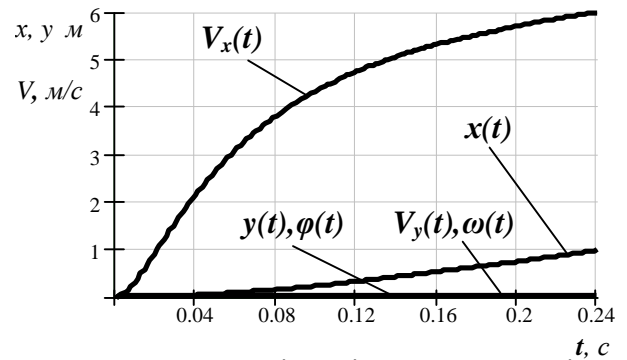


Рис. 8. Залежності $x(t)$ і $V(t)$ при подачі постійної напруги на двигун A при вимкнутих якірних обмотках двигунів B ,

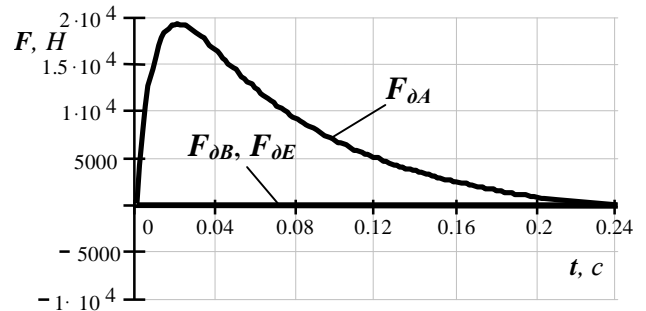


Рис. 9. Залежності $F(t)$ при подачі постійної напруги на двигун A при вимкнутих якірних обмотках двигунів B , E .

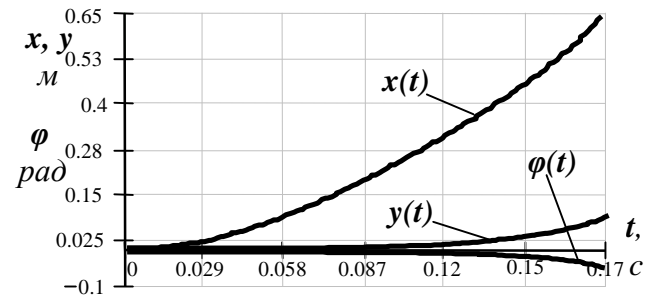


Рис. 10. Залежності $x(t)$, $y(t)$ і $\varphi(t)$ при подачі постійної напруги на двигун A при увімкнутих якірних обмотках двигунів B , E .

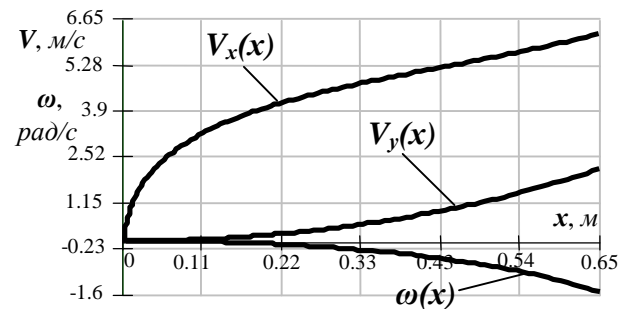


Рис. 11. Залежності $V(x)$ і $\omega(x)$ при подачі постійної напруги на двигун A при увімкнутих якірних обмотках двигунів B , E .

двигунів B і E також дорівнюють нулю.

На рис. 10-12 показано роботу приводу в умовах коли на вхід двигуна A подана постійна напруга ($U_A = const$), а якірні обмотки двигунів B і E увімкнуті. Як видно з графіків (рис. 10 і 11), крім руху вздовж осі X , відбувається також рух вздовж осі Y та кутове переміщення. Дійсно, згідно з графіками (рис. 12) в двигунах B і E з'являються електромагнітні зусилля, які призводять до відповідного руху кільця.

Як видно із залежностей $V_x(t)$ (див. рис. 8) і $V_x(x)$ (див. рис. 11), після розгону швидкість кільця не є постійною через конструктивні особливості приводу.

Для керування роботою приводу виникає необхідність розв'язання зворотної задачі програмного керування, а саме отримання закону зміни керуючих напруг $U_A(t)$, $U_B(t)$, $U_E(t)$, що забезпечували б здійснення заданого програмного руху кільця. Формальне розв'язання цієї задачі буде полягати у таких кроках: підставити в рівняння 4-6 рівняння заданого програмного руху $x(t)$, $y(t)$, $\varphi(t)$; визначити з системи рівнянь 4-6 закон зміни тягових зусиль двигунів $F_A(t)$, $F_B(t)$, $F_E(t)$ на програмному русі; визначити $U_A(t)$, $U_B(t)$, $U_E(t)$ з рівнянь 7-9.

Однак, на практиці, по-перше, не для всякого руху знайдене таким шляхом керування можна практично реалізувати; по-друге, подавши на вхід двигуна керуючу напругу $U(t)$, знайдену розв'язанням зворотної задачі, заданого програмного руху не буде через те, що отриманий рух є лише

[Type text]

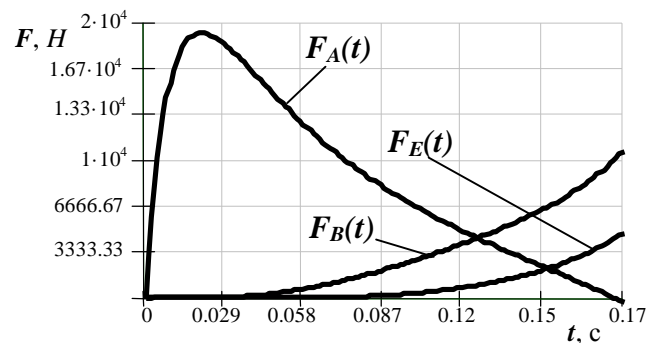


Рис. 12. Залежності $F(t)$ при подачі постійної напруги на двигун A при увімкнутих якірних обмотках двигунів B , E .

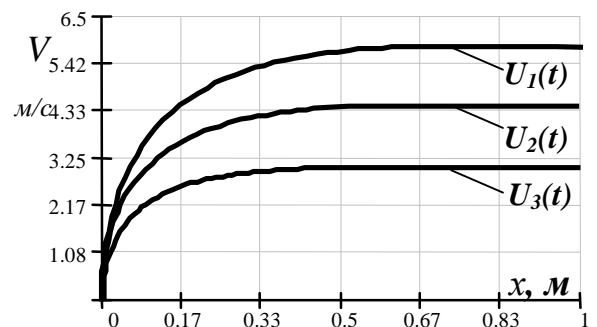


Рис.13. Залежності $V(x)$ при різних значеннях керуючої напруги.

частковим рішенням системи рівнянь 4-9, який здійснюється за певних початкових умовах, виконання яких не забезпечується обраним керуванням.

Тому ця задача розв'язувалась численними методами. Рішення такої задачі показане на графіках (див. рис. 13). Тут розв'язана задача для реалізації рівномірного прямолінійного руху УРМ шляхом відтворення тільки пікових значень прискорень.

Висновки

1. Основними результатами досліджень є: отримання сукупності математичних співвідношень для розрахунку динамічних характеристик лінійних електродвигунів постійного струму, які відрізняються від відомих тим, що враховують сили, які виникають при розгоні, гальмуванні та зміні напрямку руху.

2. Розроблена математична модель руху платформи УРМ з багатокоординатним електромеханічним приводом на основі ЛДЕД з використанням одержаних залежностей між керуючими напругами та змінами координат об'єкта керування.

3. Визначено закономірності функціонування приводів на основі ЛДЕД постійного струму з метою створення електромеханічних приводів УРМ.

Подальші перспективні дослідження полягатимуть у створенні алгоритмічно-програмного забезпечення навчання робототехнічного комплексу розпізнавати графічні та звукові образи.

Список літератури

1. Ярмолюк В.М. Методика визначення та порівняльного аналізу динамічних характеристик електричних приводів лінійних переміщень / В.М. Ярмолюк // Збірник наукових праць ОІСВ. – 2003. – № 8. – С. 131 – 138.
2. Артоболевский И.И. Теория механизмов / И.И. Артоболевский – М.: Наука, 1965. – 776 с.
3. Коловский М.З. Динамика машин / М.З. Коловский – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1989. – 263 с.

4. Павловский М.А. Теоретическая механика (динамика) / М.А. Павловский, Л.Ю. Акинфиева, О.Ф. Бойчук – К.: Выща школа, 1990. – 480 с.
5. Шворов С.А. Моделирование руху кабіни тренажера з електромеханічним приводом на основі лінійних і дугових електродвигунів постійного струму / С.А. Шворов, В.М. Ярмолюк // Збірник наукових праць ВІКНУ. – 2006. – Вип. 5. – С. 128–134.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПЛАТФОРМЫ РОБОТА-
МАНИПУЛЯТОРА С МНОГОКООРДИНАТНЫМ
ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ

С.А. Шворов, В.М. Штепа, В.М. Ярмолюк, Д.В. Чирченко

Разработана математическая модель движения платформы робота-манипулятора с электромеханическим приводом на основе линейных и дуговых электрических двигателей в многокоординатном режиме движения во время переходных процессов.

Ключевые слова: робот-манипулятор, линейные и дуговые электродвигатели, переходные процессы.

MATHEMATICAL PLATFORM MOTION MODEL OF A ROBOT
MANIPULATOR WITH ELECTROMECHANICAL MULTI-AXIS

S. Shvorov, V. Shtepa, V. Yarmolyuk, D. Chyrchenko

The developed mathematical model of robot-manipulator platform motion with an electromechanics drives basis of linear and arc electric engines in the multicoordinate mode of motion during transients.

Key words: robot-manipulator, linear and arc electric motors, transients.