

## ОПТИМАЛЬНА ГУСТОТА І САМОЗРІДЖУВАННЯ ШТУЧНИХ СОСНОВИХ НАСАДЖЕНЬ

*В.М. Гриб, кандидат сільськогосподарських наук  
В.Ю. Юхновський, доктор сільськогосподарських наук*

*На основі теорії самозріджування насаджень Г.Ф. Хильми, розроблено алгоритм обчислення коефіцієнта самозріджування і граничної оптимальної густоти штучних соснових насаджень. Розрахований коефіцієнт самозріджування насаджень становить 0,021, що підтверджує гіпотезу про його константність для усіх бонітетів і залежність тільки від світлових умов природно-кліматичної зони.*

**Ключові слова:** штучні насадження, площа живлення, гранична густота, коефіцієнт самозріджування, сосна звичайна.

У таблицях збігу соснових насаджень, розроблених Крюденером (1987), наведено п'ять стадій розвитку соснових деревостанів: перша – молодняки I-III класів віку, друга – жердняки і середньовікові насадження ІУ-УІ класів віку, третя – пристиглі і стиглі насадження УІІ-ІХ класу віку, четверта (насадження повного розвитку) – деревостани X-XII класів віку і п'ята (насадження, які припиняють ріст і розвиток) – деревостани XIII-XV класів віку. Далі іде високо вікова сосна у віці природної стигlosti, який сягає понад 150 років. За даними автора, головна увага приділяється насадженням віком 90-120 років, тобто таким у яких є можливість одержувати сортименти для будівництва і високотоварний пиловник. Такі сортименти можна вирощувати у високоповнотних насадженнях.

Питанням рівномірності розміщення дерев у насадженнях займався Д.І. Менделеєв [9], який ще в 1892 р. вказував, що рівномірність розподілу дерев за віком і розміщенням їх на площі може зустрічатися лише у штучних насадженнях. Запропонований Д.І. Менделеєвим спосіб визначення густоти насаджень базується на встановлені відстаней між деревами в біогрупах і площі, що припадає на одне дерево. Спосіб деякою мірою копіює метод А.А. Крюденера, пов'язаний з визначенням приросту у типовій біогрупі і наступному поширенні знайденої величини приросту на всю площину. Ідея способу А.А. Крюденера полягає у тому, що у природному насадження в типовій біогрупі (стовбури близькі за діаметром) дерева розподілені рівномірніше, ніж у біогрупах дерев з різними біометричними показниками. Тому у вибраній типовій біогрупі визначається центральне дерево, від якого вимірюються відстані до решти восьми дерев. Якщо визначити їх сумарну довжину, то на гектарі можна обчислити кількість дерев (з похибкою  $\pm 1\%$  на 1 га) за формулою 1.

$$N = \frac{2200000}{s^2}. \quad (1)$$

Проте аналіз формули 1 показав невизначеність у знаходженні константи чисельника. До того ж важко віднайти таку біогрупу, в якій діаметри дерев були б приблизно однаковими.

Цікавою щодо визначення оптимальної граничної густоти деревостанів є робота Г.Ф. Хильми [13]. На основі роздумів про природне самозріджування деревостанів, беручи до уваги такі величини як площу живлення, тривалість росту (час), кількість світлової енергії і кількість організмів (стовбурів), автор виводить системи диференційних рівнянь, які дозволяють знайти коефіцієнт самозріджування деревостанів і граничну густоту (кількість стовбурів на одиницю площини) у віці стигlosti. Базовою формулою для визначення густоти дерев слугує рівняння 2.

$$\lg v = \lg \bar{v} + \left\{ \lg \frac{v_0}{v} \right\} e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (2)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт самозріджування деревостану;  $v$  – густота дерев у певний період часу  $t$ , шт. $\cdot$ га $^{-1}$ ;  $v_0$  – початкова густота, тобто густота у момент часу  $t_0$ , прийнятого за початковий, шт. $\cdot$ га $^{-1}$ .

Якщо для насадження відомі коефіцієнт самозріджування  $\alpha$  і гранична густота  $\bar{v}$ , то за формулою 2 можна обчислити густоту  $v$  у функції часу  $t$ . Таким чином формула 2 інтерпретує закон, який у кількісному вигляді описує зміну  $\lg v$  і  $v$  з часом у процесі самозріджування лісу.

Розглядаючи насадження породного складу з однієї породи, Г.Ф. Хильми дійшов до висновку, що коефіцієнт самозріджування залежить тільки від світлових умов. Таким чином, для дерев певного виду в межах одного і того самого географічного району або в різних районах, але з одним світловим кліматом, значення  $\alpha$  має залишатися незмінним, зберігати однакове значення для всіх бонітетів.

З властивостей параметра витікає, що залежність явища самозріджування від бонітету (особливо від ґрутових умов) може виражатися тільки через граничну густоту  $\bar{v}$ , яка збільшується із зростанням класу бонітету. Зазначені властивості  $\alpha$  і  $\bar{v}$  свідчать про те, що вони є незалежними параметрами. Питання про самозріджування має суттєве значення. Тому Г.Ф. Хильми виводить формулу 3, необхідну для обчислення цієї величини.

Швидкість зріджування – це зменшення числа дерев на одиницю площини (на 1 га) за одиницю часу (1 рік). Ця величина виражається похідною від густоти  $\bar{v}$  у часі  $t$ , взяту з оберненим знаком. Диференціюючи рівняння 2 одержуємо:

$$-\frac{dv}{dt} = \frac{\alpha}{M} v \lg \frac{v_0}{v} e^{-\alpha(t-t_0)}, \quad (3)$$

де  $M$  – модуль переходу від натуральних логарифмів до звичайних.

Одержану формулу можна у подальшому застосовувати для обчислення

швидкості самозріджування у конкретних умовах.

У роботі Г.Ф. Хильми знаходження  $\alpha$  і  $\bar{v}$  показано на фактичних даних зміни кількості стовбурів з віком, взятих із таблиць ходу росту соснових насаджень, складених А.В. Тюриним [10].

Беручи до уваги, що

$$\begin{aligned}\alpha \lg v &= a, \\ -\alpha &= b,\end{aligned}\tag{4}$$

диференційне рівняння 3 можна з інтеграцією у часі в межах від  $t_0$  до  $t > t_0$  представити у вигляді такої формули:

$$\lg v - \lg v_0 = a(t - t_0) + b \int_{t_0}^t \lg v dt.\tag{5}$$

У таблицях ходу росту соснових насаджень вказується густота  $v$  (кількість стовбурів на 1 га) залежно від часу (вік у роках). Нехай для рівновіддалених моментів часу  $t_0, t_1, \dots, t_n$  відповідні цим моментам густоти насаджень, мають, згідно з таблицями ходу росту, такі значення  $v_0, v_1, \dots, v_n$ .

Припустимо, що  $n$  число парне. Якщо це не так, то останній рядок таблиць ходу росту відкинемо. Таким чином, моментами часу  $t_0, t_1, \dots, t_n$  проміжок часу  $[t_0, t_n]$  буде розділений на парне число частин. Виберемо тепер момент часу  $t_m$  приблизно в середині відрізку  $[t_0, t_n]$  (так, що  $t_0 < t_m < t_n$ ) і притому так, щоб точки  $t_1, t_2, \dots, t_{m-1}$  ділили відрізок  $[t_0, t_m]$  також на парне число частин. Тепер, користуючись формулою 5, напишемо два співвідношення:

$$\begin{aligned}\lg v_m - \lg v_0 &= a(t_m - t_0) + b \int_{t_0}^{t_m} \lg v dt, \\ \lg v_n - \lg v_0 &= a(t_n - t_0) + b \int_{t_0}^{t_n} \lg v dt,\end{aligned}\tag{6}$$

де  $v_m$  і  $v_n$  означають густоти насаджень відповідно в моменти часу  $t_m$  і  $t_n$ . У формулах 6 величини відомі, а інтегали можна обчислити за даними таблиць ходу росту за формулою Симпсона (7). Формулою Симпсона називається інтеграл від інтерполяційного многочлена другого ступеня на відрізку  $[a, b]$ :

$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b p_2(x) dx = \frac{b-a}{6} \left( f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right),\tag{7}$$

де  $f(a)$ ,  $f(a+b)/2$  та  $f(b)$  – значення функції у відповідних точках (на кінцях відрізку і в його середині).

Таким чином, співвідношення (6) є алгебраїчним рівнянням відносно  $a$  і  $b$ . Величини  $a$  і  $b$  можна визначити вирішивши цю систему рівнянь.

За обчисленими значеннями  $a$  і  $b$  легко знаходимо  $\alpha$  і  $\lg v$  за формулами 8, а, отже і граничну густоту  $\bar{v}$ .

$$\alpha = -b,$$

$$lgv = -\frac{a}{b}, \quad (8)$$

Для перевірки коректності розробки Г.Ф. Хильми з виявлення оптимальної кількості дерев  $\bar{v}$  у віці стигlosti нами розроблено алгоритм у програмному забезпеченні Excel. Вхідними даними в програму розрахунку  $\bar{v}$  стали кількість дерев  $v_0, v_1, v_2, v_n$  у відповідних класах віку  $t_0, t_1, t_2, t_n$  у розрізі бонітетів, взятих з таблиць ходу росту соснових насаджень А.В. Тюрина.

### 1. Результати розрахунку граничної густоти дерев за методом Г.Ф. Хильми

Вік, років ( $t$ )		Бонітет			
		I <sup>a</sup>	I	II	III
		Кількість стовбурів, шт. $\cdot$ га $^{-1}$ (v)			
20	$t_1$	3350	3970	4800	6200
50	$t_2$	1055	1200	1340	1760
80	$t_3$	562	625	725	905
140	$t_m$	317	353	400	470
Результати обчислень $\bar{v}$					
140	$t_m$	267	325	409	459

Дані табл. 1 свідчить про те, що метод Г.Ф. Хильми дає надійні результати для II і III класів бонітету. Розрахункова гранична густота насаджень I<sup>a</sup> і I бонітету соснових насаджень вищої продуктивності, менша за табличні дані відповідно на 14,8% і 7,9%.

Коефіцієнт самозріджування сосни  $\alpha$ , обчислений за цим алгоритмом, становить для I<sup>a</sup>, I, II і III бонітетів відповідно 0,019; 0,020; 0,020 і 0,018, тобто у середньому його можна прийняти за 0,019. Це підтверджує гіпотезу Г.Ф. Хильми про те, що коефіцієнт самозріджування залежить тільки від світлових умов. За розробленим алгоритмом обчислено оптимальну густоту соснових насаджень для дослідних об'єктів.

Як зазначає В.А. Алексеєв, вирощування високопродуктивних насаджень, які найефективніше використовують сонячну енергію, можливе на основі встановлення закономірностей поглинання та використання цього виду енергії деревостанами залежно від лісорослинних умов [1]. Автором встановлено, що сосняки 30-річного віку максимально поглинануть сонячну енергію. При цьому спостерігається практично одинаковий ступінь поглинання енергії фотосинтетично активної радіації у широкому діапазоні повноти. Так, при повноті 0,6 частка поглинутої енергії на декілька відсотків нижча, ніж у насадженнях із повноти 1,0. Із погіршенням лісорослинних умов коефіцієнт використання поглинутої сонячної енергії знижується, що позначається на продуктивності деревостанів.

Для вивчення впливу густоти насаджень на зміну таксаційних показників на їх продуктивність було проведено обстеження 30–40-річних насаджень на постійних пробних площах Боярської ЛДС.

Розподіл дерев за діаметром характеризується позитивною асиметрією з найвищими значеннями на ділянках, де проводилось звалювання дерев з корінням, а також корчування пеньків (табл. 2). Це зумовлено більшою кількістю великих дерев порівняно з деревами нижчих ступенів товщини. На цих ділянках спостерігали розтягнутість рядів розподілу дерев за діаметром (ексцес від'ємний), що зумовлено змінами приросту залежно від розвитку і положення дерев у насадженні. Домінуючі дерева характеризувалися більшим приростом за діаметром, добре розвинутою потужною кроною.

## 2. Статистичні характеристики розподілу дерев за діаметром

Показник	Номер пробної площи			
	001	002	003	004
Кількість дерев, шт.	929	1210	719	776
Середній діаметр, см	19,1	18,1	21,5	19,9
Стандартне відхилення	3,8	4,4	4,4	4,6
Ексцес	-0,11	-0,10	0,13	0,01
Асиметрія	0,25	0,19	0,07	0,14
Коефіцієнт мінливості	19,9	24,3	20,5	22,5
Середня відстань між деревами, м	3,5	3,1	4,0	3,8

Виявлення (рання діагностика) перспективних дерев у молодому віці – одне із актуальних питань лісокультурного виробництва. Як відзначав М.В. Рогозін [11], ріст сосни в насадженнях досить складний і слабо прогнозований процес. Доволі часто в розряд кращих переходять дерева, що були вирощені з менш якісного садивного матеріалу. Дослідженнями встановлено, що ріст та розвиток дерева залежить від площи його живлення. У молодих культурах різниці у площі живлення практично немає. Однак з часом, при самозріджуванні та диференціації дерев у насадженнях спостерігається перерозподіл площи живлення.

Найчастіше оптимальну густоту визначають виходячи із величини поточного приросту за запасом. Водночас, ряд дослідників вважають, що критерії оптимальності густоти протягом цього періоду вирощування насаджень залежать від багатьох факторів. Якщо в молодому віці важливим є досягнення стійкості насаджень і максимального приросту дерев за висотою та діаметром, то у віці пристигаючому і стигlosti – досягнення деревостаном максимального запасу і сортиментів відповідного гатунку. За даними Л.А. Кайрюкштіса і А.І. Юодвалькіса [6] при формуванні молодняків критерії оптимальної густоти дещо інші, ніж у середньовікових, пристигаючих та стиглих насадженнях. Вони дійшли висновку, що в будь-якому насадженні продуктивність досягає максимального значення лише один раз і залежить від початкової густоти. Із збільшенням густоти до визначеного величини поточний

приріст насаджень збільшується, а подальше зростання густоти супроводжується його зменшенням. При цьому заслуговує на увагу положення про те, що характер внутрішньовидових взаємовідносин індивідууму в онтогенезі і ценозу протягом часу змінюється. Тобто, для оптимізації густоти вирощування деревостанів у відповідних лісорослинних умовах слід враховувати динаміку їх розвитку із встановленням закономірностей кількісних та якісних змін деревостанів. Тому їх вивчення необхідно проводити в молодняках, де оптимальною вважається густота, яка забезпечує максимальний приріст дерев і переміщує кульмінацію продуктивності на пізніший термін [3, 6, 8]. До цього слід додати біологічну стійкість насаджень, а також вирощування деревини високої якості.

На думку Г.Н. Шахова [14], у зв'язку з різними баченнями вплив доглядових рубань на кількісну продуктивність насаджень, найповнішою їх характеристикою є густота, яка визначається через середню площа живлення за рівномірного розміщення дерев.

Тому поряд із будовою 30–40-річних деревостанів досліджувався ряд біометричних показників домінуючих у насадженнях дерев, що на думку багатьох авторів [4, 5, 7, 12] складуть основу стиглих деревостанів.

Для встановлення впливу площи живлення на біометричні показники дерев сосни звичайної в насадженнях відібрали модельні дерева, що знаходились у біогрупах картографування на пробних площах. Відбір моделей проводили за середнім діаметром. При цьому стежили, що сусідні з ними дерева були приблизно однакової висоти і рівновіддаленими від модельного дерева. Коефіцієнт кореляції між біометричними показниками модельних дерев наведено в табл. 3.

### 3. Кореляційна матриця біометричних показників соснових культур

Показник	M	$\delta$	Показник					
			Sживл.	Lн.дер.	D	H	Dкр	Lкр
Sживл., м <sup>2</sup>	8,1	2,54	1,00	0,62	0,46	0,30	0,28	-0,17
Lн.дер., м	1,6	0,77	0,62	1,00	0,32	0,36	0,09	-0,05
D, см	22,2	1,81	0,46	0,32	1,00	0,72	-0,01	0,06
H, м	20,9	0,88	0,30	0,36	0,72	1,00	0,08	-0,04
Dкр, м	2,9	0,48	0,28	0,09	-0,01	0,08	1,00	-0,23
Lкр, м	2,6	0,35	-0,17	-0,05	0,06	-0,04	-0,23	1,00

Примітка: Sживл. – площа живлення дерева, Lн.дер. – відстань до найближчого дерева, D – діаметр на висоті грудей, H – висота дерева, Dкр – діаметр крони, Lкр – довжина крони.

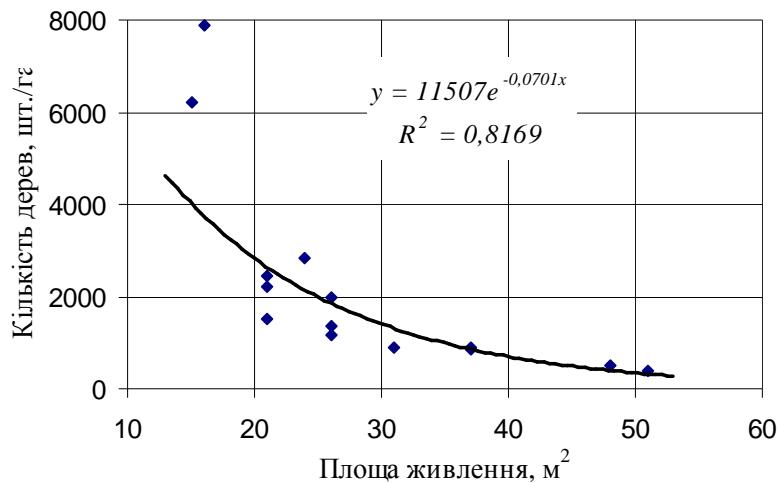
Зміну таксаційних показників насаджень досліджували відповідно до площи живлення. Високі кореляційні зв'язки виявлено між площею живлення і відстанню до найближчого дерева ( $r=0,62$ ) і його діаметром ( $r=0,62$ ), дещо нижчі – між площею живлення і середньою висотою насаджень ( $r=0,30$ ).

Моделювання густоти насадження при оптимальній площині живлення показало, що ця залежність описується експоненціальним рівнянням 9 і

зображенна на рисунку.

$$N = 11507 \cdot e^{-0,0701S}, \quad (9)$$

де  $N$  – оптимальна густота деревостану, шт. $\cdot$ га $^{-1}$ ;  $S$  – площа живлення дерева, м $^2$ .



Оптимальна площа живлення сосни залежно від густоти

За формулою 9 визначили оптимальну площу живлення дерев сосни, а потім і густоту насаджень для будь-якого віку в межах від 10 до 100 років (табл. 4).

#### 4. Динаміка оптимальної площи живлення дерев і густоти насаджень з віком

Вік, роки	Оптимальна площа живлення, м $^2$	Оптимальна густота, шт. $\cdot$ га $^{-1}$	Кількість стовбурів за таблицями ходу росту, шт. $\cdot$ га $^{-1}$	
			I бонітет	II бонітет
10	13,4	4499		
20	15,6	3858	3970	4800
30	18,2	3227	2500	2800
40	21,2	2620	1630	1940
50	24,6	2057	1200	1340
60	28,7	1552	935	1070
70	33,4	1118	760	840
80	38,8	764	625	705
90	45,2	490	536	625
100	52,6	292	470	550

#### Висновки:

1. Порівняння оптимальної густоти з фактичною, взятою за таблицями ходу росту [10] (див.табл. 4), показало незначну їх відмінність у період інтенсивного росту деревостанів. Так, у фазі жердняку (ІІ клас віку) змодельована оптимальна густота майже збігалася з аналогічним показником природних деревостанів високої продуктивності (І бонітет).

2. Обчислена оптимальна густота соснових насаджень для дослідних об'єктів за розробленим алгоритмом у віці 80 років становить  $764 \text{ шт.}\cdot\text{га}^{-1}$ , що на 8,4% перевищує кількість дерев повних соснових насаджень II класу бонітету. Водночас коефіцієнт самозріджування становить 0,021, що підтверджує гіпотезу Г.Ф. Хильми про його залежить тільки від світлових умов природно-кліматичної зони і константність для усіх бонітетів.

### Список література

1. Алексеев В.А. Поглощение лучистой энергии солнца сосновыми насаждениями / В.А. Алексеев // Лесное хозяйство. – 1963. – № 11. – С. 17–19.
2. Гаас А.А. Влияние характера размещения деревьев на производительность сосновых древостоев / А.А. Гаас // Лесное хозяйство. – 1981. – № 3. – С. 13-15.
3. Георгиевский Н.П. Некоторые соображения о выращивании лесных культур / Н.П. Георгиевский // Лесное хозяйство. – 1957. – № 6. – С. 40-43.
4. Годнев Е.Д. Густота культур сосны как фактор их устойчивости / Е.Д. Годнев // Лесное хозяйство. – 1957. – № 4. – С. 30-35.
5. Гордієнко М.І. Культури сосни звичайної в Україні / М.І Гордієнко, В.П. Шлапак, А.Ф. Гойчук та ін. – К.: Вид-во ІАЕ, 2002. – 872 с.
6. Кайрюкштис Л.А. Оптимальная густота еловых молодняков / Л.А. Кайрюкштис, А.И. Юодвалькис // Лесное хозяйство. – 1975. – № 2. – С. 18 – 22.
7. Кузьмичев В.В. Влияние густоты посадки на рост сосновых культур / В.В. Кузьмичев, Ю.Н. Савич / Лесоведение. – 1979. – № 6. – С. 56–63.
8. Мартынов А.Н. Зависимость биометрических показателей сосны от площади / А.Н. Мартынов // Лесоведение. – 1976. – № 5. – С. 85–89.
9. Менделеев Д.Н. Работы по сельскому хозяйству и лесоводству / Д.Н.Менделеев. – М.: Изд-во АН СССР, 1954. – 620 с.
10. Нормативно-справочные материалы для таксации лесов Украины и Молдавии. – К.: Урожай, 1987. – 560 С.
11. Рогозин М.В. Ранняя диагностика быстроты роста сосны обыкновенной в культурах / М.В.Рогозин // Лесоведение. – 1983. – № 2. – С. 66 – 72.
12. Сеннов С.Н. О методе рубок ухода в хвойных древостоях / С.Н.Сеннов // Лесное хозяйство – 1978. – С. 11–14.
13. Хильми Г.Ф. Биогеофизическая теория и прогноз самоизреживания леса / Г.Ф. Хильми. – М.: АН СССР, 1955. – 86 с.
14. Шахов Г.Н. Значение густоты при рубках ухода в чистых сосновых

насаждениях / Г.Н.Шахов // Лесное хозяйство. – 1950. – № 6. – С. 41–43.

## **Оптимальная густота и самоизреживание искусственных сосновых насаждений**

**V.M. Гриб, В.Ю. Юхновский**

*На основании теории самоизреживания насаждений Г.Ф. Хильми разработан алгоритм расчета коэффициента самоизреживания и предельной оптимальной густоты искусственных сосновых насаждений. Расчетный коэффициент самоизреживания насаждений составляет 0,021, что подтверждает гипотезу о его зависимости только от условий освещенности (природно-климатической зоны) и константность для всех классов бонитета.*

**Ключевые слова:** искусственные насаждения, площадь питания, предельная густота, коэффициент самоизреживания, сосна обыкновенная.

## **Optimal density and self thinning of pine plantations**

**V.M. Gryb, V.Y. Yukhnovskyy**

*On the base of the theory of self thinning stand, developed G. Khilmi the algorithm of calculation of coefficient of self thinning and marginal optimal density of pine plantations has been developed. Calculated coeffitient of self thinning is 0.021 that confirms the theory of its dependence only on lightness (natural-climatic zone) and constant for stands of different levels of stands productivity.*

**Keywords:** forest plantations, nutrition area, marginal density, coefficient of self thinning, Scotch pine.