

УДК 631.3.02: 004.358.001.891.57

НОВА КОНЦЕПЦІЯ ВЗАЄМОДІЇ ЕЛЕМЕНТІВ МЕХАНІЧНОЇ СИСТЕМИ І МЕТОДИ СТВОРЕННЯ АНАЛІТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ

В.П. ДАВИДЮК, кандидат технічних наук.

Український науково-дослідний інститут прогнозування та випробування техніки і технологій для с.-г. виробництва ім. Л. Погорілого (УкрНДІПВТ)

Подано принципово нову концепцію взаємодії елементів механічної системи. Сформульовано принцип мінімуму взаємодії та закон збереження потужності. Наведено методи створення аналітичних моделей.

Ключові слова: концепція, принцип мінімуму взаємодії, методи.

Створення та удосконалення робочих елементів машин можливе за результатами науково-дослідних робіт, під час проведення яких визначаються необхідні кінематичні та конструктивні параметри.

До нинішнього часу широко відома концепція, що переміщення об'єктів сировини малих розмірів по робочому елементі машини можна представити аналітичними моделями руху матеріальної точки. Але створені моделі не є досконалими, оскільки нехтуються геометричні параметри, що позбавляє об'єкт сировини займати певний простір. А це засвідчує, що відповідні елементи реальної механічної системи не відображаються у моделях образами геометричного простору видозміненої перспективи.

Відсутність належної формалізації взаємодії робочих елементів сільськогосподарських машин та об'єктів рослинної сировини певною мірою впливає на технічний рівень машин та на ефективність виконання ними технологічних операцій. Тому розроблення фундаментальних положень для визначення необхідних параметрів робочих елементів машин є актуальною проблемою.

Мета дослідження. Розроблення фундаментальних аспектів для визначення необхідних параметрів робочих елементів машин, які підвищували б ефективність виконання технологічних операцій.

Матеріал і методика досліджень. Результати спостережень взаємодії робочих елементів сільськогосподарських машин та об'єктів рослинної сировини свідчать, що під час виконання технологічних операцій чинником зовнішньої дії на об'єкти сировини є рухома маса робочого елемента машини і навпаки, чинником дії на робочий елемент є маса об'єктів сировини, при цьому на них також впливає земне тяжіння. Тому розроблення аналітичних положень взаємодії елементів механічної системи створюватимемо не за другим законом Ньютона, в якому прискорення матеріальної точки здійснюється силовою компонентою метафізичного характеру, а за принципово новою концепцією, суть якої полягає в тому, що:

- під час взаємодії елементів механічної системи передається кількість руху (імпульс) одного елемента іншому і навпаки, при цьому передача кількості руху та деформація відображається системою рівнянь кінематичного зв'язку;

- характер взаємодії елементів механічної системи досліджується чисельними методами за програмним забезпеченням комп'ютерної системи MATLAB, у яке змінні величини заносяться за списком, визначеним функцією `varargin`, а результати обчислень виводяться функцією `varargout`;

- кінематичні та конструктивні параметри робочого елемента машини визначаються за аналітичними моделями під час порівняння теоретичного значення деформації з граничною величиною, визначеною експериментально.

Нову концепцію взаємодії елементів механічної системи сформуємо за поняттями та визначеннями, частково наведеними в роботах [3, 4, 5, 6, 8, 9], сутність яких подамо в аксіоматичній формі:

- за об'єкт рослинної сировини приймаємо дискретний елемент сільськогосподарського виробництва: зерно, коренеплід, бульбоплід, гранулу мінеральних добрив, а також ґрунтовий агрегат певної конфігурації,

сформований частинками ґрунту, поєднаними органічними та хімічними речовинами тощо;

– сукупність робочого елемента машини та об'єкта рослинної сировини з властивостями реальних тіл, що безпосередньо взаємодіють в полі земного тяжіння, приймаємо за механічну систему;

– за конфігурацію механічної системи приймаємо сукупність взаємних положень її елементів, аналітично описаних квазі чи узагальненими координатами, значення яких співвідносяться з однозначними положеннями системи;

– невраховані маси елементів механічної системи, які взаємодіють між собою, за Г. Герцем, можуть вважатись "прихованими", при цьому конкретні властивості їх взаємодії відображаються чисельними значеннями, визначеними за емпіричними дослідженнями (прискорення вільного падіння, значення магнітної індукції тощо);

– координатна система з певним масштабом осей та часом, яка пов'язана з центром інерції одного із елементів механічної системи, що рухається відносно абсолютної системи поступально, прямолінійно і рівномірно, є інерційна; якщо рух центра інерції елемента з координатною системою прискорений, то така система приймається за неінерційну [2, 6];

– система аналітичних моделей, є сукупністю нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку із змінними коефіцієнтами, в якій час незалежний змінний параметр, а квазі та узагальнені координати елементів механічної системи – залежними змінними, які за сукупністю із крайовими умовами однозначно визначають попередній, теперішній та майбутній стан системи за будь-який проміжок часу;

– система рівнянь кінематичного зв'язку елементів механічної системи є поєднана математичними операторами символна сукупність не лише геометричних та кінематичних, але й фізико-механічних та інших параметрів, доданих окремою умовою;

– якщо рівняння зв'язку обмежує тільки положення елементів механічної системи, то такий аналітичний зв'язок, за Г. Герцем, вважається голономним

$$df_i = \sum \frac{\partial f_i}{\partial q_i} dq_i ,$$

при цьому наявність принаймні одного диференціального співвідношення між ними

$$\sum_{i=1}^k a_{ij} dq_i + a_j dt = 0, \quad (i=1,2,3,\dots,n),$$

де коефіцієнти a_{ij} та a_j є неперервними функціями координат, швидкостей та часу, зумовлює неголономність системи;

– дотик елементів механічної системи, який допускає матеріальну або іншу взаємодію фізичної природи виражається в тому, що одній чи декільком парам значень індексів i та j узагальнених координат q_i і q_j їх диференціали у протилежних напрямках будуть рівні $dq_i + dq_j = 0$, при цьому різниця відносних переміщень точок елементів механічної системи з плином часу є *деформація*;

– квазікоординати, є змінні величини, представлені кінематичними рівняннями Ейлера, які відрізняються від кутових швидкостей $\dot{\theta}$, $\dot{\phi}$, $\dot{\psi}$ тим, що вони не є повними похідними від узагальнених координат.

Оскільки взаємодія елементів механічної системи характеризується передачею кількості руху одного елемента іншому і навпаки, то за методом А. Ейнштейна [2], закон збереження імпульсу $m_1 \vec{a}_1 = -m_2 \vec{a}_2$ представимо у формі:

$$m_i \vec{a}_i = 0, \quad (i=1,2,3,\dots,n), \quad (1)$$

де по i – му індексу проводиться підсумок від 1 до n ;

m_i, \vec{a}_i – маса та прискорення елементів механічної системи.

Характерною особливістю аналітичного представлення взаємодії елементів механічної системи полягає в тому, що передача кількості руху та їх деформація відображається системою рівнянь кінематичного зв'язку [5]:

$$dq_i = a_{ij} dq_j + a_i dt, \quad (i=1,2,3,\dots,n; j=1,2,3,\dots,m), \quad (2)$$

де a_{ij}, a_i – коефіцієнти, залежні від конфігурації механічної системи та часу.

За розділенням на dt та повторним диференціюванням рівняння (2) запишемо:

$$\ddot{q}_i = a_{ij} \ddot{q}_j. \quad (3)$$

При цьому варіації прискорень $\delta \ddot{q}_i$, сумісні із аналогічними варіаціями прискорень $\delta \ddot{q}_j$ в момент часу ($\delta t = 0$) набувають вигляду:

$$\delta \ddot{q}_i = a_{ij} \delta \ddot{q}_j, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n; j = 1, 2, 3, \dots, m). \quad (4)$$

Помноживши за методом К. Гаусса [3] співвідношення (1) на варіацію прискорень $\delta \ddot{q}_i$ запишемо:

$$m_i \vec{a}_i \cdot \delta \ddot{q}_i = 0 \quad (5)$$

Підставивши рівняння (4) у співвідношення (5) запишемо:

$$m_i \vec{a}_i \cdot a_{ij} \delta \ddot{q}_j = 0. \quad (6)$$

Частинну похідну рівняння (3) представимо в такій формі:

$$\frac{\partial \vec{a}_i}{\partial \ddot{q}_j} = a_{ij}. \quad (7)$$

Тоді за підстановкою рівняння (7) у співвідношення (6) маємо:

$$m_i \vec{a}_i \frac{\partial \vec{a}_i}{\partial \ddot{q}_j} \cdot \delta \ddot{q}_j = 0. \quad (8)$$

Трансформували вираз $m_i \vec{a}_i \frac{\partial \vec{a}_i}{\partial \ddot{q}_j}$ у частинну похідну $\frac{\partial}{\partial \ddot{q}_j} \left(\frac{m_i \vec{a}_i^2}{2} \right)$

співвідношення (8) представимо у такому вигляді:

$$\frac{\partial}{\partial \ddot{q}_j} \left(\frac{m_i \vec{a}_i^2}{2} \right) \cdot \delta \ddot{q}_j = 0 \quad (9)$$

Позначивши $\left(\frac{m_i \vec{a}_i^2}{2} \right)$ символом N співвідношення (9) набуває конфігурації:

$$\frac{\partial N}{\partial \ddot{q}_j} \cdot \delta \ddot{q}_j = 0, \quad (10)$$

де N – аналітична модель зміни потужності взаємодії елементів механічної системи, яка здійснюється за плином часу, $\text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-4}$ або $\text{Вт} \cdot \text{с}^{-1}$;

\ddot{q}_j – вторинні похідні узагальнених координат.

Із співвідношення (10) випливає формулювання *принципу мінімуму взаємодії*, суть якого полягає в тому, що за будь – який проміжок часу істинна взаємодія елементів механічної системи, відрізняється від усіх можливих взаємодій, сумісних із зв’язками, здійснених за початковою конфігурацією та початковими швидкостями, тією властивістю, що при дійсній взаємодії варіація зміни потужності дорівнює нулю.

(11)

Принцип (11) має диференціальний характер, який показує на ознаку, що реальна взаємодія відрізняється від можливих взаємодій тим, що модель зміни потужності дає екстремум порівняно з іншими взаємодіями елементів механічної системи. Аналітично принцип (11) представимо у вигляді:

$$\delta N = 0. \quad (12)$$

Оскільки вторинні похідні узагальнених координат (10) незалежні, то варіації прискорень $\delta \ddot{q}_j$ можуть мати довільні значення. Прирівнюючи перший член (10) до нуля, в якому варіації прискорень $\delta \ddot{q}_j \neq 0$, метод створення системи диференціальних рівнянь представимо у формі:

$$\frac{\partial N}{\partial \ddot{q}_j} = 0 \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (13)$$

де \ddot{q}_j – вторинні похідні узагальнених координат.

За методом (13) формується стільки диференціальних рівнянь другого порядку скільки ступенів вільності у механічній системі.

Для механічних систем, функціонування яких описується моделлю зміни потужності N , створеною квазікоординатами, що характерно для гіроскопів або тіл з нерухомою точкою, метод (13) набуває вигляду:

$$\frac{\partial N}{\partial \dot{q}_j} = 0, \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (14)$$

де \dot{q}_j – первинні похідні квазікоординат.

Створення диференціальних рівнянь за моделлю зміни потужності N , утвореною первинними похідними квазі та вторинними похідними

узагальнених координат може здійснюватись за методом, який об'єднує (13, 14):

$$\frac{\partial N}{\partial f_j} = 0, \quad (j = 1, 2, 3, \dots, n), \quad (15)$$

де f_j – первинні похідні \dot{q}_j квазі та вторинні похідні \ddot{q}_j узагальнених координат конфігурації механічної системи.

За аналогією із теоремою С. Кьоніга про кінематичну енергію [3], модель зміни потужності N взаємодії елементів механічної системи представимо сукупністю поступальної і відносної компонент:

$$N = N_i + N_{i\omega}, \quad (16)$$

де N_i – поступальна компонента, $Bm \cdot c^{-1}$;

$N_{i\omega}$ – відносна компонента, $Bm \cdot c^{-1}$.

Поступальну компоненту моделі зміни потужності представимо у вигляді:

$$N_i = \frac{1}{2} m_i (\ddot{\xi}_i^2 + \ddot{\eta}_i^2 + \ddot{\zeta}_i^2), \quad (17)$$

де m_i ; $\ddot{\xi}_i$, $\ddot{\eta}_i$, $\ddot{\zeta}_i$ – відповідно маса та компоненти поступального прискорення елементів механічної системи.

Співвідношення (16) відображає закон зміни потужності взаємодії елементів механічної системи, суть якого полягає в тому, що загальна зміна потужності взаємодії елементів механічної системи дорівнює сумі змін потужностей кожного із її елементів.

(18)

Результати досліджень. Формулювання принципу мінімуму взаємодії (11) є найбільш загальним положенням, оскільки охоплює принципи П. Мопертюї, Л. Ейлера, Ж. Лагранжа, К. Якобі, У. Гамільтона, К. Гауса, Г. Герца та ін., які поширюються не на взаємодію елементів механічної системи, а на одиничний об'єкт. Вони впливають із наведеного принципу при сталому стані механічної системи, тобто за відсутності прискорень.

Крім того, відмінність принципу (11) від принципу Г. Герца полягає в тому, що за Г. Герцем, вільна система знаходиться в стані спокою або рівномірно рухається за інерцією по траєкторії найменшої кривини. При цьому зміна руху вільної системи проходить за дією явних чи прихованих зв'язків елементів механічної системи, повнота обґрунтування якого не наведена при формулюванні принципу. Отже, принцип Г. Герца охоплює рух вільних систем, елементи яких за посередництвом кінематичного зв'язку об'єднані в об'єкт одиничних мас, що знаходиться в стані спокою або рівномірному русі.

За принципом У. Гамільтона кінетичний потенціал L на інтервалі часу $t - t_0$ має стаціонарне значення, який може бути застосований лише для голономних систем [3]. Він частково є аналогом формальної дії рухомого об'єкта, сформульованої Г. Лейбніцем, яка в подальшому узагальнена П. Мопертюї як принцип найменшої дії [10].

Наведені аналітичні положення засвідчують, що принцип мінімуму взаємодії елементів механічної системи (11), поєднує в єдиному твердженні відомі принципи механіки, основні принципи термодинаміки тощо. Розбіжність наведеного принципу з відомими положеннями полягає в тому, що в ньому час, параметри простору і маса елементів механічної системи поєднані у моделі зміни потужності (16). Сформульовані положення за своєю сутністю ґрунтуються на загальній теорії відносності [6], суттєва відмінність яких полягає в тому, що за їх посередництвом аналітично зображуються і досліджуються не переміщення об'єктів зі швидкістю світлового променя, а процеси і явища, що протікають в полі земного тяжіння. Це дає можливість розглядати будь-яку взаємодію як взаємодію системи тіл, представлену векторним рівнянням (1) та усуває штучне розділення механіки точки та механіки системи тіл.

Оскільки робота і теплота – це дві форми передачі енергії, а процес виконання роботи зводиться до передачі енергії від одного тіла іншому [11], то за наведеним принципом різниця між формами передачі кінетичної,

потенційної, теплової та ін. енергій зникає, про що завбачував Г. Герц [5] і на що орієнтували Л. Больцман, М. Планк та ін. [10]. У принципі (11) вони представлені не тільки функціями початкового та кінцевого положень, тобто роботою, а функцією стану системи – прискореною роботою. За вищенаведеним відкривається можливість пояснення наявних у природі різноманітних макро – та мікрофізичних процесів і спонукає до певної корекції наявних домінант у частині зміни їх стану тощо.

Крім того, за принципом (11) сформульовано нові методи створення аналітичних моделей за моделлю зміни потужності взаємодії елементів механічної системи. Методи (13, 14, 15) мають простий і компактний вигляд, а їх використання суттєво зменшує математичні викладки, оскільки зникає необхідність визначати узагальнені сили за принципом можливих переміщень, при цьому створення аналітичних моделей здійснюється тільки за операцією взяття частинної похідної, що є суттєвою перевагою цих методів. Крім того, вони відкривають

можливість створення аналітичних моделей просторової взаємодії елементів довільної механічної системи, оскільки сам принцип ґрунтується на концепції взаємодії рухомих мас, для яких справедливий закон збереження кількості руху системи тіл (1). Методи (13, 14, 15) частково збігаються із методом П. Аппеля, суттєва відмінність якого полягає в тому, що він виведений з принципу Даламбера–Лагранжа, в основі якого покладено другий закон І. Ньютона, який передбачає використання силової компоненти скалярного характеру, чіткого трактування механічної суті якої до цього часу не з'ясовано.

ВИСНОВКИ

Нова концепція відкриває широкі можливості формалізації взаємодії елементів довільних механічних систем і усуває штучне розділення механіки точки та механіки системи тіл, оскільки в основу її покладено закон збереження кількості руху системи тіл,

Принцип мінімуму взаємодії елементів механічної системи є подальшим розвитком у частині дослідження просторової взаємодії елементів механічної

системи, обмеженої кінематичним зв'язком. Сформульовані на його основі методи є необхідними і достатніми умовами створення аналітичних моделей.

Для їх практичного використання теоретичне значення деформації конкретного об'єкта рослинної сировини порівняти з граничним значенням деформації, визначеним експериментально. За пакетом прикладних програм та комп'ютерною системою MATLAB встановити необхідні кінематичні і конструктивні параметри робочого елемента машини.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Аппель П. Теоретическая механика / П. Аппель – М.: Физматгиз., 1960. – Т. 2. – 487 с.
2. Акивис М.А. Тензорное исчисление / М.А. Акивис, В.В., Гольдберг – М.: Наука, 1969.
3. Бухгольц Н.Н. Основной курс теоретической механики / Н.Н. Бухгольц – М.: Наука, 1969. – 331 с.
4. Василенко П.М. Введение в земледельчес кую механику / П.М. Василенко – К.: Сільгоспосвіта, 1966. – 251 с.
5. Герц Г. Принципы механики, изложенные в новой связи / Г. Герц – М.: Изд – во АН СССР, 1959. – 386 с.
6. Эйнштейн А. Собрание научных трудов / А. Эйнштейн – М.: Наука, 1966. – Т.2. – 873 с.
7. Зверев Г.Я. Физика без механики Ньютона без теории Эйнштейна без принципа наименьшего действия / Г.Я. Зверев – М.: Из – во науч. и уч. лит – ри, 2006. – 131 с.
8. Лойцянский Л.Г. Курс теоретической механики / Л.Г. Лойцянский, А. И. Лурье – М.: Наука, 1983. – Т. 2. – 640 с.
9. Неймарк Ю.И. Динамика неголономных систем / Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев – М.: Наука, 1967. – 519 с.

10. Полак Л.С. Вариационные принципы механики их развитие и применение в физике / Л.С. Полак – М.: Гос. из-во физ-мат. лит, 1960. – 599 с.
11. Термодинамика / К.А. Путилов – М.: Наука, 1971. 374 с.

**Новая концепция взаимодействия элементов механической системы и
методы создания аналитических моделей**

В. Давыдюк

Представлена принципиально новая концепция взаимодействия элементов механической системы. Сформулированы принцип минимума взаимодействия и закон сохранения мощности. Приведены методы создания аналитических моделей.

Ключевые слова: концепция, принцип минимума взаимодействия, методы.

**New conception interaction of elements mechanical a system and methods crea-
tion of analytical models**

V. Davidjuk

Formed new a conception interaction the elements of the mechanical system. Formulated a principle minimum interaction, a law saving of a power and methods creation of analytical models.

Keywords: conception, a principle minimum interaction, methods.